

数学と実験の架け橋を目指して

Towards effective communication between mathematics and experiments

山本 慧 スピン-エネルギー変換材料科学研究グループ
Kei YAMAMOTO Research Group for Spin-energy Transformation Science



2018年1月に、文部科学省卓越研究員制度を通して先端基礎研究センターに採用されました。着任してから早くも2年になりますが、恵まれた研究環境を与えていただいたおかげで海外から学生を招聘したり、GPUを用いた数値計算を試したりと、自身にとって新しい経験の連続で時が飛ぶように過ぎて行きました。センター長はじめ先端研の皆様には様々な形で自由な研究をサポートしていただいている事に大変感謝しています。

私は京都大学理学部を卒業後、英国ケンブリッジ大学で5年間を過ごしPhDを取得しました。その当時は応用数学・理論物理学科に所属し、微分幾何学の応用を興味の基礎として一般相対論・宇宙論を研究していました[1]が、現所属のグループリーダーでもある齊藤英治教授との出会いをきっかけに物性物理学に研究の舞台を移しました。大学院に進んだ際に数学ではなく理論物理学を選んだ理由は、測定可能な量と直接関係した問題に携わりたいと思ったからです。その意味で物質科学は新現象、未解明現象の宝庫で取り組むべき問題に溢れておりとても魅力的です。自分の研究者としての強みは、経歴に裏打ちされた、多様な概念や手法を素早く学び応用することができる適応力だと思っています。この点を活かして、数学と実験の間を有機的に橋渡しができるコミュニケーション能力を備えた理論物理学者となることが現在の目標です。

具体的な研究対象としては、主に「角運動量」という量を扱っています。これは高校で学ぶ物理学からすると抽象的な概念ですが、エネルギー・運動量と並んで人間が測定することができる最も基本的な物理量の一つで、非常に大雑把に言ってしまうと物が回転している度合いを示す尺度になっています。「回転を研究しています」と聞くと、どこに新しいことがあるのか、と思われるでしょうが、角運動量には高校物理や日常経験を越えた面白い側面がたくさんあります。例えば量子力学では、スピンと呼ばれる角運動量の一種が大変重要な役割を果たします。スピンは角運動量すなわちある種の回転ですが、それを古典物理学によって理解することは不可能です。またスピン角運動量には磁気モーメントが伴っており、磁石は沢山のスピンの方向に揃って並んだ状態であると考えられます。実は

I started to work at Advanced Science Research Center (ASRC) on the 1st of January 2018 supported by the Excellent Young Researchers program of Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology. It has been almost two years since, which have absolutely flown past as I have been able to take on unfamiliar tasks, e.g. supervising a PhD student and running numerical simulations on GPUs. All these have been possible only with the support from the director and everyone else at ASRC, and I am very grateful to have the environment in which I can grow and excel at my will.

After I did my undergraduate degree at Kyoto University, I went to the University of Cambridge in the UK and spent five years to obtain a PhD degree. Back then, I was studying General Relativity and Cosmology in the Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, driven by my core interest in applications of differential geometry [1]. Towards the end of my PhD, I happened to meet Prof. Eiji Saitoh who is also the leader of our group at ASRC. He gave me the opportunity to switch the field and work on Condensed Matter Physics. I took it because I had always wanted to work on mathematical problems that have direct representatives in the real world and Materials Science seemed to (and does) offer plenty. My background works in my favour in this diverse and interdisciplinary field since I can grasp new concepts and techniques quickly. Building on my experience, I am aiming to bridge the gap between mathematics and experiments, to be a theoretical physicist that can efficiently communicate with both mathematicians and experimentalists.

I am specifically targeting problems related to “angular momentum”. While it may sound abstract, loosely speaking it measures the amount of rotation an object possesses. You may well find it banal, but there is actually so much more to angular momentum than the ordinary rotations you encounter in everyday life. An example is spin, which is a quantum mechanical version of angular momentum.

ほぼありとあらゆる回転には多少なりとも磁気モーメントが付いてきます。回転しているボールも磁気を帯びているはずで、単純に小さ過ぎて気がつかないだけだと考えられます。この磁気と回転の密接な関係を実験で直接調べるのは容易ではありませんが、微細加工技術の発展により物質中の角運動量の「流れ」を真面目に考えなければ理解できない磁気現象が次々に観察されるようになりました [2]。これらの測定結果を解析し、その原理を数学によって表現することが私の研究における主要課題です。

数学の観点からも、角運動量には抗しがたい魅力があるように私には感じられます。古典力学的に角運動量を扱っていると、それは球面に束縛された粒子として書くことができるのですが、その数学的構造が大変美しいです [3]。角運動量は空間の回転対称性に対応した保存量ですが、その粒子としての運動方程式は球の回転対称性から言ってもとても自然な形を取り、回転対称性によって実質的に決まってしまうとも言えそうです。そこには球の幾何学における局所的性質（計量・曲率）と大局的性質（トポロジー）の両方が反映されています。そしてこれらの幾何学的側面と角運動量の運動が時間反転対称性と空間反転対称性をどちらも破るという事実が直接関連しています。球面と回転対称性を量子力学的に表現しようとする、角運動量の演算子代数である $su(2)$ が現れます。この代数的構造がそもそもスピン角運動量という概念の発見につながりましたが、そこで見出されたスピノールと呼ばれる数学的構造はその後微分幾何学を用いた大局的性質の研究において重要なツールともなりました。ここで述べた事が私の現在の研究に直接関わっている訳ではありませんが、この幾何学と角運動量の繋がりが研究をさらに楽しいものにしていきます。

これは分野を変えてから知った事ですが、トポロジカル絶縁体の発見によって現在物性物理学における数学的（特に幾何学的）に高度な手法の需要が高まっています。私が主に活動する磁性分野も例外ではなく、今年度は自分の数学スキルが存分に活かされた研究結果を発表する事が出来ました [4,5]。当初はここまで数学的な研究を意図していた訳ではなく、幸運にも絶好のタイミングで物質科学の研究を始める事が出来たと思っています。齊藤英治教授をはじめ私にこの分野で研究する機会を与えてくださった方々に深い感謝の意を感じる一方で、それに応える形で自分にしか出来ない研究をしたいと思っています。広大な科学の世界ですがそこを自由に歩き回って、異分野をつなぐ架け橋となれるようベストを尽くします。

参考文献 References

- [1] T. Houri and K. Yamamoto, *Class. Quant. Grav.* 30, 075013 (2013).
- [2] "Spin Current", edited by S. Maekawa et al. (Oxford University Press, Oxford, UK, 2017).
- [3] J. R. Klauder, *Phys. Rev. D*, 19, 2349 (1979).
- [4] K. Yamamoto et al., *Phys. Rev. Lett.* 122, 217201 (2019).
- [5] <https://academist-cf.com/journal/?p=11723>

Even though spin is a kind of rotation, it cannot be visualised or understood in terms of classical physics. Spin is very relevant since it is accompanied by a magnetic moment and the magnets we use everywhere are made of numerous spins that are aligned along a common axis. In fact, every bit of angular momentum should carry a magnetic moment. A rotating ball should be magnetic as well, but it is predicted to be just way too feeble to be noticeable. Thanks to the advanced nano-fabrication technologies, experimentalists are observing more and more phenomena where this subtle interplay between magnetism and angular momentum is essential [2]. My primary job is to study the experimental data and reveal the principles behind them by applying solid mathematical tools.

It also feels like there is something irresistibly attractive about angular momentum from purely mathematical perspectives. Angular momentum is the conserved quantity associated with the rotational symmetry of the fundamental laws of physics. Its classical mechanical description is then completely dictated by the rotational symmetry alone [3]. Angular momentum is a particle constrained to move on a sphere and its dynamical equation encodes both local (metric and curvature) and global (topology) geometries of the sphere. This beautiful dynamical structure essentially fixed by geometry immediately implies the defining features of angular momentum dynamics; the broken time-reversal symmetry and chirality. When it is quantized, the sphere then gives rise to $su(2)$, the operator algebra of angular momentum. While the study of mathematical structure of $su(2)$ led to the concept of spin in physics, it also resulted in a new mathematical object, called spinor, which has turned out to be an important tool in the later development of differential topology. Although my research is not directly connected to these aspects, the fact that angular momentum is somehow intrinsically geometrical adds an extra layer of excitement to it.

In hindsight, there has been a growing demand in the last few decades for sophisticated mathematical (in particular geometrical) techniques in condensed matter physics fueled by the discovery of topological insulators. Such trend is spreading to magnetism, and this year I was able to publish a result for which my mathematical skills were crucial [4,5]. When I first moved to this field, I was not expecting to do anything this math-oriented and now feel very lucky about being in the right place at the right time. I am deeply thankful to Prof. Saitoh and many others who allowed me to pursue my own interest. I would like to repay the favour by making truly original contributions. Exploring this vast but border-free world of science, I will do my best to connect different disciplines through efficient and frequent communication.