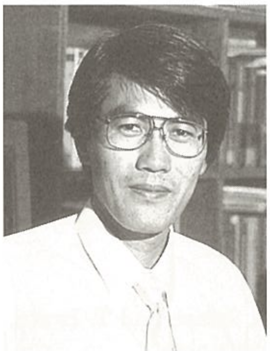
熱対流パターンの選択機構を探る



熱対流分岐研究グループ　藤　村　薫

1．はじめに

先端基礎研究センターの第一世代グループの１つであった熱対流分岐研究グループも３月末をもって終了した。この小文では当グループが何を目指し，取り組んできたのかを振り返ってみたい。

流体運動には，流体粒子が層状を成して整然と規則的に流れる層流状態と，逆に，全く不規則に乱雑に流れる乱流状態とがある。層流から乱流への遷移過程と，それに続く乱流状態の理論的な理解に対しては，流体現象を記述する方程式の次元が無限大であることが大きな障壁となっている。流体方程式に対する何らかの近似理論を構築せざるを得ないが，近似理論の成立範囲は通常極めて狭い。そのため，全面的な理論的解明は，非線形科学の中心課題であるといえる。

当研究グループでは，層流から乱流への遷移の初期段階を，極めて低い次元をもった力学系（振幅方程式と呼ばれる常微分方程式）で記述することを目指し研究を行ってきた。つまり，流体運動の状態を特長づけるパラメータが何の値をとる時に，流れの様子が質的に変化するのか，またその変化の機構を低次元の力学系というハンディな振幅方程式によって記述することが可能かどうかを明らかにすることがそもそもの目的である。

さて，層流から乱流への遷移過程として理解しやすいのは，次のようなものであろう。流れを特長づけるパラメータがある臨界値（線形臨界）を越えると，流れに含まれる微小な乱れが時間と共に増幅して元の層流を維持できなくなる。これを層流が不安定になったという。不安定な流れ場では乱れが成長するが，乱れの振幅がある程度大きくなると成長は飽和して，元の流れと飽和した乱れの和で表される新しい流れができる。この新しい流れは，元の流れほど層状ではなく，あるパターンを呈する。パターンは時間的でも空間的でもよい。いずれにしてもパターンが生じるということは，時間的，もしくは空間的な対称性が低下することを意味している。さて，新しい流れも，パラメータ値を変化させると不安定になってしまう。これを２次不安定と呼ぶ。２次不安定後の流れは，さらにパラメータ値を変化させると３次不安定を起こす。最初の不安定や２次，３次不安定などで，いったん時間的なパターン（周期性）を含むようになると，その後のたかだか数回の不安定によって，少なくとも時間については乱流化（カオス化）する可能性がある。実際，そのような遷移過程が実験においても観察されている。

実際には，このような穏やかな遷移は，ごく限られた系でしか起こらない。しかし，いずれにせよ，層流の不安定性と，それに続く２次，３次 … 不安定性，そしてそれによって生じる複数個のモード間の相互作用が遷移の素過程であることには疑う余地がない。新たな不安定性が生じる度に，流れの持つ時間的，空間的対称性は低下してゆき，様々なパターンが現れるようになる。したがって，パターンの形成は，層流から乱流への遷移過程を理解する上で，極めて重要かつ不可欠な情報を提供する。しかし，こういったパターンの多様化は一般に線形臨界から遠く離れたパラメータ値において生じるので，純粋に理論的なアプローチには本来不向きの問題である。本研究グループでは，線

形臨界のごく近くにパラメータ値を限定して，異なる空間構造を持つモードが相互作用する状況を考え，遷移過程において観察される空間パターンをモード相互作用で説明することができるかどうかに焦点をあて研究を行った。

以下に，２つのトピックスを紹介しよう。

2．不安定成層流における相互作用

２枚の水平な板を平行に置き，下の板を加熱，上の板を冷却して不安定な成層を作る。このとき，上下の温度差が十分に小さければ熱の移動は伝導によって行われるので，巨視的な流体の運動は存在しない。しかし，温度差がある臨界値を越えると，粘性に打ち勝った浮力が対流を駆動し，それによって熱が運ばれる。これをレイリー・ベナール対流という。その場合，水平面内に特別の方向は存在しない。したがって，対流ロールの向く方向は全く任意である。この対流場における遷移過程は先に述べたような穏やかなものであることが知られている。他方，２枚の板が同じ温度の場合に，水平面内のある方向に圧力勾配をかけると，その方向に流れが生じる。この場合，流速がある臨界値以下のとき流れは層流であるが，臨界値を越えると層流の中に不安定波が生じる。それは伝播波であり，トルミーン・シュリヒティング波と呼ばれている。波数ベクトルは流れの方向を向いており，波動は流れの方向に周期的である。この波動も，２次不安定を起こし，流れに垂直な方向にも周期性を持つようになる。この２次不安定のモードは大きく２種類に分類できる。それらはΛ型の渦（せん断流中の波動は渦に対応する）が長方形格子上に整列したK-タイプと呼ばれる３次元化と，千鳥格子状に並んだH-タイプと呼ばれる３次元化である。そのうち，K-タイプの３次元化を引き起こす不安定モードの発生機構を記述する目的で，これまでいくつかの力学系モデルが提案されてきたが，いずれも流体方程式と首尾一貫したものではないため，モデルの域を出なかった。

不安定に成層した流体層に，ある水平方向の圧力勾配をかけた場合，対流モードは流れの方向と平行な軸を持つロール構造を呈し，伝播波は流れの方向に周期的な構造を持つ。前者を縦モード，後者を横モードと呼んでおこう。圧力勾配による流れを重ね合わせることによって，流れの方向という方向性がレイリー・ベナール対流に加えられた結果，パターン選択が行われ，ロールは流れの方向に向いたことになる。これに対し，伝播波の方向は成層によって変化しない。これら両者が同時に線形臨界になるように温度差と流速を調整してやると，縦向きの対流ロールが横向きの伝播波と相互作用することが可能となる。（流れに斜めの方向を向いた対流ロールや伝播波が出現するパラメータ値は厳密な縦ロールや横伝播波のそれらよりも高いため，ここでは考えない。）

弱非線形理論として知られている特異摂動展開を流体方程式に適用して振幅方程式を導き，この相互作用を解析した結果，空気の場合，縦横両モードの成分を同時に含む混合モードが存在することが明らかになった。弱非線形理論の狭い適用範囲を数値解析によって拡張し，流体方程式の分岐解の解析を行い，トルミーン・シュリヒティング波の３次元撹乱に対する不安定性の解析を行った。その結果，この流れ場でもトルミーン・シュリヒティング波は３次元撹乱に対して不安定となり，そこで生じるK-タイプの３次元撹乱の空間構造は混合モードのそれと同一であることが分かった。さらに，上下面の温度差が０になるまで下面の温度を下げてゆくと，混合モードのブランチは等温流れのK-タイプ３次元化のブランチに滑らかにつながること，さらに下面の温度を下げて上面が加熱，下面が冷却された安定な成層を作っても，そのブランチは存在することが分かった。以上のことから，ここで考えている不安定な成層を伴う流れ場も２次不安定としてK-タイプの３次元化を起こすが，それは混合モードの出現に他ならないこと，縦横モード間の相互作用に対して導出した振幅方程式がK-タイプの３次元化を記述し，その方程式は２種類の振動モードが同時に臨界となる場合の分岐である２重Hopf分岐の標準形と同一であることが結論される。だからといって，一般の流れの２次不安定として生じるK-タイプの３次元化が，すべて２重Hopf分岐の標準形で記述されるとしているわけではない。例えば上下境界が同一温度を持つ流れの場合には，いかなる力学系方程式も依然として単なるモデルでしかない。しかし，縦ロールと横伝播波が相互作用を行うシステムにおいては，この標準形を流体力学方程式から首尾一貫して導くことができたのである。

3．1：2共鳴によるパターン形成

ところで，レイリー・ベナール対流は水平面内に特別の方向性を持たないから，圧力勾配を作用させない純粋なレイリー・ベナール対流においては，様々な方向のロールが同時に存在可能であった。その中からどのようなパターンが選択されるのかについては，60年代から活発に理論が展開されてきた。空間を均等に埋め尽くす壁紙パターンとしては正三角形，正方形，正六角形の格子上に形成されるパターンがある。正三角形格子は正六角形格子に含まれるので，正方形と正六角形格子の上でのモード相互作用を調べれば，選択されるパターンを予測することができる。マランゴニ対流（もしくはベナール対流）として知られている，浮力の代わりに表面張力の温度勾配によって駆動された対流の場合には，正六角形パターンが今世紀初頭から実験で観察されていることから，正六角形格子の上での相互作用が詳細に調べられた。例えば板の間隔が狭く上下の温度差が大きい場合などに正六角形パターンが得られるが，それ以外の場合にはロールが実現されることが知られている。

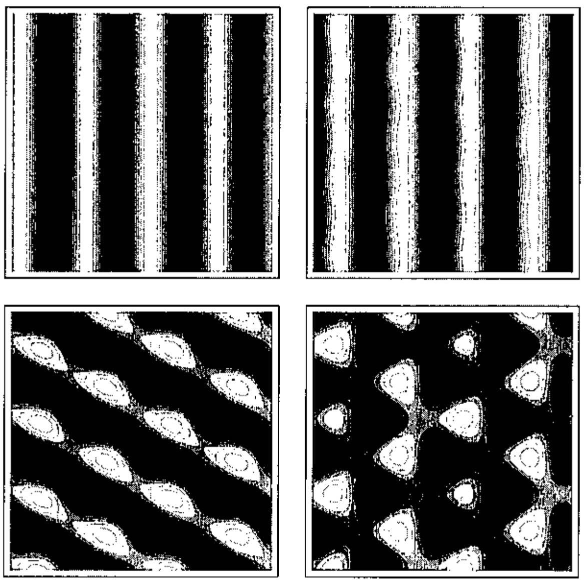


図1：パラメータの値に応じて形成される異なるクラスのパターンの例。熱対流を真上から眺めた際の温度分布で示す。黒い部分は低温，白い部分は高温の流体を意味する。

ここでは，波数が1：2という比を持つ2つの定常モードの間の共鳴相互作用を考える。波数が1：2，すなわちロールの太さが2：1，のモードが同時に臨界になるとき，相互作用がどのような空間パターンを形成するのかについては，1次元パターン以外は解析が行われていない。平行な軸を持つ2種類のロール間の1：2共鳴では，最終的に実現される空間パターンとしては，ロール，ロールと2倍のサイズのロールの重ね合わせ，伝播波，定在波，ホモクリニック的な振動パターン（非常に長い間ロールが定常モードとして現れているが，突如として2倍のサイズのロールに置き換わり，直後にロールに戻るもの）などが存在可能であるが，いずれもパターンとしては1次元的である。1次元パターンのみを許す系において，伝播波やホモクリニックパターンなどが安定に存在し得るからといって，2次元パターンまで許した系において，それらが安定に実現可能である保証はなく，結論はまだ出されていない。

そこで，水平面内に等方で，1：2共鳴が線形臨界において厳密に生じる2層の流体からなるレイリー・ベナール系を考え，共鳴によるパターン形成を正六角形格子の上で考察した。考える系は，3枚の水平な板に挟まれた2つの流体層から成る。一番下の板を加熱，一番上を冷却し，中間の板は十分薄いが平面を保ったまま変形せず，しかも熱を通すものとする。したがって，流体粒子の運動の観点からは2層の流体層はカップルしていないが，熱の流れの観点からは，2層はカップルしている。2層の厚みや流体の種類等を適当に調整すると，1：2の波数比を持つ定常モードが同時に臨界となる。この共鳴相互作用を正六角形格子上で解析した結果，1層のレイリー・ベナール対流で実現可能なパターンのうち，単純なロールは非常に狭いパラメータ領域で安定に存在可能であるが，単純な正六角形パターンは安定に存在しないこと，1次元パターンとしての伝播波とホモクリニック的な振動パターンは安定に存在するパラメータ領域を持つこと，さらに，三角形と2倍のサイズの三角形の重ね合わせの定常パターンが安定に存在し，時間と共にカオス的に振動するパターンも安定に存在可能であることが明らかになった。

4．おわりに

以上，典型的なモード相互作用によるパターン形成の解析結果を２つ紹介したが，当グループでは，弱非線形理論を用いて導いた振幅方程式に基づく議論を主に行ってきた。数値シミュレーションは，弱非線形理論と比較して適用範囲の制約もないので，ひとたび強力なコードを作成しさえすればあとは計算機まかせでそれなりの結果を出すことができるが，それは極度に理想化された条件下での室内実験を行うのと同等であり，室内実験以上にパターン形成の機構の本質に迫ることは難しいだろう。今後も計算機の能力の向上とともに数値シミュレーションの果たす役割は増大するだろうが，理論的なアプローチの必要性はそれにもまして増大するように思われる。

先端基礎研究センター設立以前には，理論流体力学の研究を研究の大テーマとしている研究室など，原研には見あたらなかった。そういった研究は，何らかの研究開発プロジェクトの傘の下で，肩身の狭い思いをしながら細々と続けるしかない状態であった。それが，センター設立時に，１研究グループとして認めていただき，大手を振って研究に没頭できることになったのは，大変なよろこびであり，またあまりの急激な環境の変化に戸惑いすら感じたものである。設立に尽力された飯泉前理事，萩原高崎研所長をはじめとする方々，なかなか進まない研究プロジェクトを辛抱強く見守って下さったセンター長の伊達先生，永井次長と棚瀬次長，温かい励まし，ご助言を賜った巽友正先生をはじめとする所内外の方々，事務的な面で便宜を図っていただいた歴代の推進室のメンバー，そして，当グループの事務を手際よくこなしていただいた樫村祐子さんにも心から感謝の意を表したい。

熱対流分岐研究グループにおいて開始した「熱対流パターンの選択機構に関する研究」という研究テーマの下でのプロジェクトは，鳥取大学工学部応用数理工学科に舞台を移して，今後大きく発展させるべく，現在鋭意努力中である。将来おもしろい結果が得られたら，基礎科学ノートに（せめて「談話室」にでも）紹介させていただきたいと考えているが，原研においても，第２，第３…の理論流体力学の研究グループが誕生することを期待してやまない。